

ЗАНЯТИЕ 10

1. Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^3) \cdot (3,1 \cdot 10^{-6})$.
2. Решите уравнения (если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите меньший из них):

1) $x^2 + 10x + 21 = 0$,

2) $\sqrt{19 + 5x} - 2 = 0$,

3) $2^{4-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3}$.

Решение

1. $(2 * 10^3) * (3,1 * 10^{-6}) = 2 * 3,1 * 10^3 * 10^{-6} = 6,2 * 10^{-3} = 6,2 : 1000 = 0,0062$

2. 1) $x^2 + 10x + 21 = 0$

$a=1; b=10; c=21.$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 100 - 84 = 16 > 0$, 2 различных действительных корня,

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-10 - 4}{2} = \frac{-14}{2} = -7$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-10 + 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Ответ: -7.

2) $\sqrt{19 + 5x} - 2 = 0$

Решение

$\sqrt{19 + 5x} = 2$

Данное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 19 + 5x \geq 0, \\ 19 + 5x = 4; \end{cases} \begin{cases} 5x \geq -19, \\ 5x = -15; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{19}{5}, \\ x = -3; \end{cases} \begin{cases} x \geq -3\frac{4}{5}, \\ x = -3; \end{cases} \quad x = -3.$$

Ответ: -3

3) $2^{4-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3}$

$2^{4-2x} = (2^{-3})^{2x+3}$

$2^{4-2x} = 2^{-6x-9}$

$4 - 2x = -6x - 9$

$4x = -13$

$x = -3,25$

Ответ: -3,25

ЗАНЯТИЕ 11

- 11** На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 580 миллиметров ртутного столба?



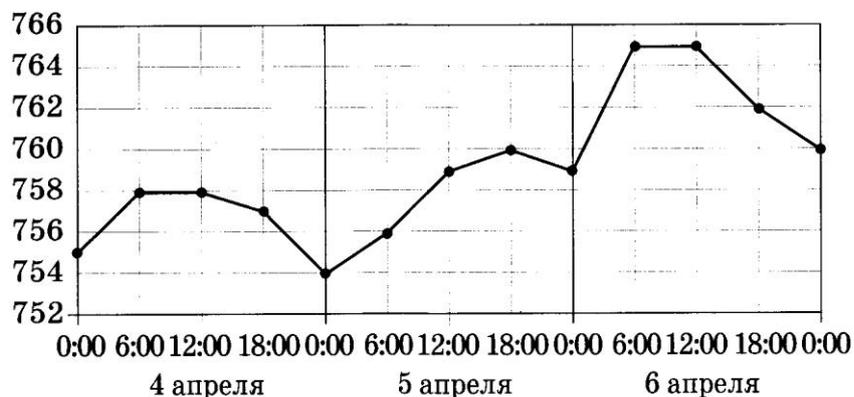
- 2) Какое давление было зафиксировано на высоте 9 км над уровнем моря?
- 3) На какой высоте летел воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывал давление 340 миллиметров ртутного столба?
- 4) Какое давление фиксировал барометр, находящийся в корзине шара, в момент старта?
- 5) На сколько миллиметров ртутного столба упало давление за период подъёма шара на первые 2 км?

Решение: В соответствии с графиком, имеем

1. Давлению в 580 мм.рт.ст. соответствует высота в 2 км.
2. На высоте 9 км над уровнем моря зафиксировано давление 220мм.рт.ст.
3. В момент старта барометр фиксировал давление 780 мм.рт.ст.
4. За первые 2 км давление упало на 200 мм.рт.ст.
(780 – 580 = 200 мм.рт.ст.)

ЗАНЯТИЕ 12

На рисунке точками показано атмосферное давление в городе N на протяжении трёх суток с 4 по 6 апреля 2013 года. В течение суток давление измеряется 4 раза: в 0:00, в 6:00, в 12:00 и в 18:00. По горизонтали указывается время суток и дата, по вертикали — давление в миллиметрах ртутного столба. Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику атмосферного давления в городе N в течение этого периода.

ПЕРИОД ВРЕМЕНИ

- А) ночь 4 апреля (с 0 до 6 часов)
- Б) день 5 апреля (с 12 до 18 часов)
- В) ночь 6 апреля (с 0 до 6 часов)
- Г) утро 6 апреля (с 6 до 12 часов)

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) наибольший рост давления
- 2) давление достигло 758 мм рт. ст.
- 3) давление не изменилось
- 4) наименьший рост давления

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

Решение

Согласно рисунку получились следующие соответствия

А	Б	В	Г
2	4	1	3

- А) ночь 4 апреля (с 0 до 6 часов) – давление достигло 758 мм.рт.ст.
- Б) день 5 апреля (с 12 до 18 часов) – наблюдается наименьший рост давления
- В) ночь 6 апреля (с 0 до 6 часов) – зафиксирован наибольший рост давления
- Г) утро 6 апреля (с 6 до 12 часов) – изменение давления не наблюдалось.

ЗАНЯТИЕ 13

1. Найдите значение выражения $\frac{8\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$.
2. В сборнике билетов по физике всего 50 билетов, в 17 из них встречается вопрос по теме «Термодинамика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз.
4. Вероятность того, что новая шариковая ручка плохо пишет или вовсе не пишет, равна 0,19. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка хорошо пишет.

Решение

1. $\frac{8\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = 8\sqrt{\frac{80}{5}} = 8 * \sqrt{16} = 8 * 4 = 32$
2. Всего билетов – 50, из них 17 содержат вопрос по теме «Термодинамика».
Испытание (эксперимент): школьник выберет один билет из 50.
 $n = 50$ (50 способов выбрать один билет).
Событие: школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».
 $m = 17$ (17 билетов содержат вопрос по теме «Термодинамика»)).
Следовательно, вероятность того, что школьнику достанется билет, содержащий вопрос по теме «Термодинамика», равна $p = \frac{17}{50} = \frac{17 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{34}{100} = 0,34$.
3. Бросаем монету. У этого действия два равновероятных исхода: орел (о) и решка(р).
Две монеты – уже **четыре** исхода ($n = 4$):
1) О – Р, 2) О – О, 3) Р – О, 4) Р – Р
По условию задачи нужно найти вероятность выпадения хотя бы одного орла. Это происходит в ситуациях 1), 2), 3). Следовательно, количество исходов, благоприятствующих событию, равно 3.
Поэтому вероятность выпадения хотя бы одного орла равна $p = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$.
4. Из школьного курса Теории вероятности известно, что если вероятность наступления некоторого события равна p , то вероятность **не наступления** этого события равна $1 - p$.
По условию задачи вероятность того, что ручка плохо пишет или совсем не пишет, равно 0,19. Следовательно, вероятность того, что покупатель возьмет ручку, которая хорошо пишет, равна $1 - 0,19 = 0,81$.

ЗАНЯТИЕ 14

1. Найдите значение выражения $\frac{50^{11} \cdot 5^{-10}}{10^9}$.
2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
3. Научная конференция проводится 4 дня. Всего запланировано 60 докладов: в первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
4. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
5. В ящике находятся чёрные и белые шары, причём чёрных в три раза больше, чем белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Найдите вероятность того, что он будет белым.

Решение

1. $\frac{50^{11} \cdot 5^{-10}}{10^9} = \frac{5^{11} \cdot 10^{11} \cdot 5^{-10}}{10^9} = (5^{11} \cdot 5^{-10}) \cdot (10^{11} : 10^9) = 5 \cdot 10^2 = 5 \cdot 100 = 500$
2. При бросании одной монеты два равновероятных исхода: орел (о) и решка(р).
При бросании симметричной монеты трижды возможны следующие исходы:
 - 1) О – О – О
 - 2) О – О – Р
 - 3) О – Р – О
 - 4) О – Р – Р
 - 5) Р – О – О
 - 6) Р – Р – О
 - 7) Р – О – Р
 - 8) Р – Р – Р

По условию задачи необходимо найти вероятность того, что решка не выпадет ни разу. Это происходит только в ситуации 1). Следовательно, количество исходов, благоприятствующих событию, равно 1.

Поэтому вероятность равна $p = \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{125}{1000} = 0,125$.

3. 4 дня, 60 докладов

I день	II день	III день	IV день
12	12	18	18

Дни конференции **не равновероятны**, т. к. число докладов в день не одно и то же. Представим, что все доклады регистрируются в некотором списке.

Испытание (эксперимент): доклад профессора М. будет зарегистрирован под одним номером из 60. Тогда $n = 60$ (60 способов пройти регистрацию).

Событие: доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции. Другими словами: доклад будет зарегистрирован под номером, соответствующим четвёртому дню конференции.

Тогда $m = 18$ (18 докладов в четвёртый день).

Следовательно, вероятность события равна $p = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0,3$.

4. Всего насосов – 2000, из них 12 подтекают.

Испытание (эксперимент): для контроля выбирают один насос из 2000.

$n = 2000$ (2000 способов выбрать один насос).

Событие: выбранный для контроля насос не подтекает.

$m = 2000 - 12$ (12 насосов подтекают, тогда остальные – не подтекают).

Следовательно, вероятность того, что выбранный насос не подтекает, равна

$$p = \frac{2000 - 12}{2000} = \frac{2000}{2000} - \frac{12}{2000} = 1 - \frac{6}{1000} = 1 - 0,006 = 0,994.$$

5. По условию задачи, в ящике белые и черные шары, причём чёрных в три раза больше, чем белых.

Пусть белых шаров x шт., тогда черных $3x$ шт., всего $4x$ шаров.

Испытание: выберут один шар из $4x$. Тогда $n = 4x$ ($4x$ способов выбрать один шар из $4x$ шаров).

Событие: вытянутый шар будет белым.

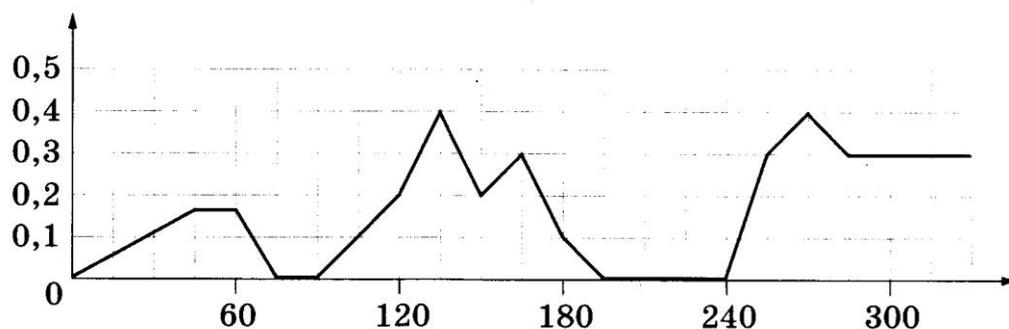
Тогда $m = x$ (белых шаров x).

Вероятность того, что вытянутый шар будет белым равна $p = \frac{x}{x+3x} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4} = 0,25$

ЗАНЯТИЕ 15

1. Найдите значение выражения $\frac{5^5 \cdot 2^8}{10^4}$.

2. На графике изображена зависимость скорости погружения батискафа от времени. На вертикальной оси отмечена скорость в м/с, на горизонтальной – время в секундах, прошедшее с начала погружения.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому из указанных интервалов времени характеристику движения батискафа на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0 – 60 с Б) 60 – 120 с В) 120 – 180 с Г) 180 – 240 с	1) скорость движения не увеличивалась на всём интервале 2) скорость погружения впервые достигла максимума за всё время 3) погружение производилось без замедления на всём интервале 4) батискаф остановился ровно на 15 секунд

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер, затем полученную последовательность цифр укажите в ответе (без пробелов, запятых).

А	Б	В	Г

Решение

$$1. \frac{5^2}{10^4} = \frac{5^2 \cdot 2^8}{5^4 \cdot 2^4} = (5^2 : 5^4) * (2^8 : 2^4) = 5^{2-4} * 2^{8-4} = 5^{-2} * 2^4 = \frac{1}{25} * 16 = \frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 4} = 0,64$$

2.

А	Б	В	Г
3	4	2	1

В соответствии с диаграммой

А) 0 – 60с погружение батискафа производилось без замедления на всем интервале

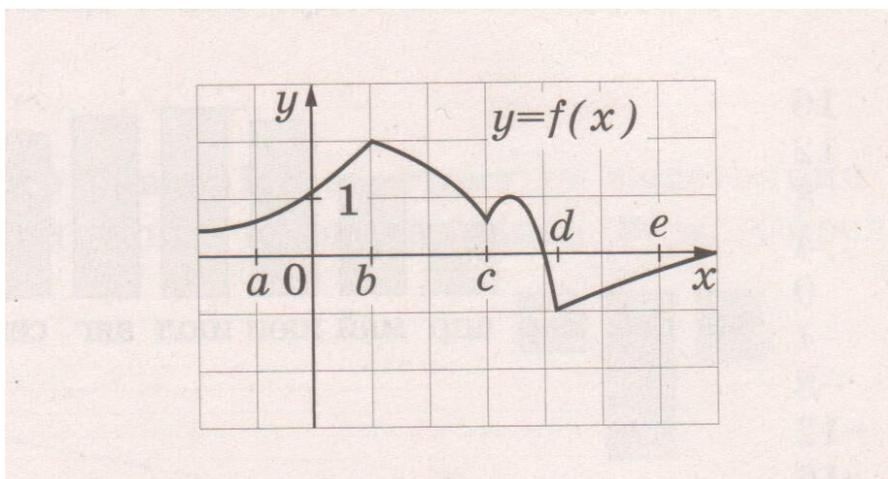
Б) 60 – 120с в этот период батискаф остановился ровно на 15 секунд

В) 120 – 180с скорость погружения впервые достигла максимума за все время

Г) 180 – 240с скорость погружения не увеличивалась на всем интервале

ЗАНЯТИЕ 16

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ЕЁ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a; b)$ Б) $(b; c)$ В) $(c; d)$ Г) $(d; e)$	1) производная функции принимает как положительные, так и отрицательные значения на интервале 2) значения функции отрицательны в каждой точке интервала 3) значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала 4) функция возрастает на всём интервале и принимает положительные значения в каждой его точке

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер, затем полученную последовательность цифр укажите в ответе (без пробелов, запятых).

А	Б	В	Г

Согласно графику функции делаем следующие выводы. Если функция возрастает, то производная положительная и наоборот.

На интервале $(a;b)$ функция возрастает на всем интервале и принимает положительные значения в каждой его точке.

На интервале $(b;c)$ значения производной функции отрицательные в каждой точке интервала.

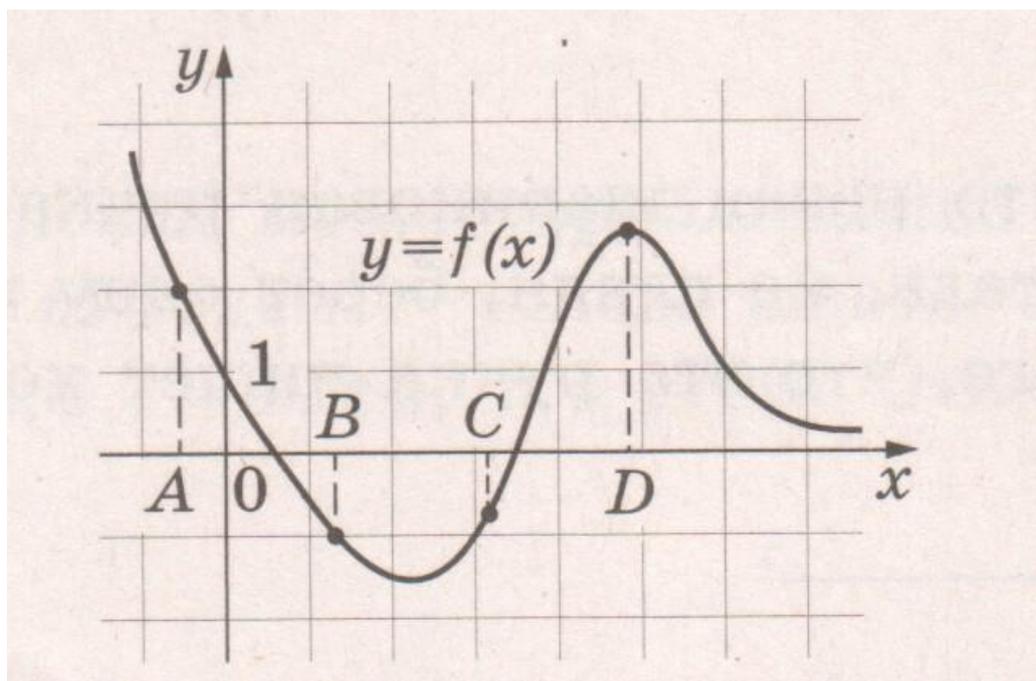
На интервале $(c;d)$ производная функции принимает как положительные, так и отрицательные значения.

На интервале $(d;e)$ значения функции отрицательные в каждой точке интервала.

А	Б	В	Г
4	3	1	2

ЗАНЯТИЕ 17

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки A, B, C и D на оси Ox . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристику функции и её производной.



ТОЧКИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ И ЕЁ ПРОИЗВОДНОЙ
<i>A</i>	1) значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно 2) значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно 3) значение функции и значение производной функции в точке отрицательны 4) значение функции в точке положительно и значение производной функции в точке равно 0
<i>B</i>	
<i>C</i>	
<i>D</i>	

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер, затем полученную последовательность цифр укажите в ответе (без пробелов, запятых).

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>

Решение

Если функция возрастает, то производная положительная и наоборот.

Согласно графику, изображенному на рисунке делаем следующие выводы.

В точке *A* значения функции положительно, а значение производной функции в точке отрицательно.

В точке *B* значение функции и значение производной функции в этой точке отрицательны.

В точке C значения функции отрицательно, а значение производной функции в точке положительно.

В точке D значение функции положительное и значение производной функции в точке равно 0.

A	B	C	D
1	3	2	4

Ответы

Занятие 10

1. 0,0062 2. 1) -7 2) -3 3) $-3,25$

Занятие 11

1. 2 км 2. 220 мм.рт.ст 3. 780 мм.рт.ст 4. 200 мм.рт.ст

Занятие 12

1. 2413

Занятие 13

1. 32 2. 0,34 3. 0,75 4. 0,81

Занятие 14

1. 500 2. 0,125 3. 0,3 4. 0,994 5. 0,25

Занятие 15

1. 0,64 2. 3421

Занятие 16

1. 4321

Занятие 17

1. 1324